

文章编号: 1000-8055(2009)10-2193-08

应用 GAO-YONG 湍流模式数值模拟三维 激波/湍流边界层干扰

闫文辉¹, 高 歌¹, YONG Yan²

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院 航空发动机气动热力重点实验室, 北京 100191;
2. Florida Atlantic University, Boca Raton, FL 33431, U. S. A.)

摘 要: 应用 GAO-YONG 可压缩湍流模式数值模拟了三维激波/湍流边界层干扰算例之一——单鳍流动。攻角 20° , 来流马赫数 2.93, 雷诺数 9.8×10^5 。对流项和扩散项分别采用 Roe 格式和二阶中心差分格式计算。Runge-Kutta 显示时间推进方法求解了半离散的控制方程。包括壁面压力分布, 边界层内流动偏移角等在内的计算值与试验数据进行了比较。准确地预测出了三维激波/湍流边界层干扰流场的主要流动特性—— λ 波结构, 主分离涡核, 膨胀区, 滑移线等。计算与 Alvi 等提出的单鳍流动的理论模型符合很好, 得到了平板表面压力以及分离线、再附线等在单鳍流动中所独有的半圆锥特性。

关 键 词: 激波/湍流边界层干扰; GAO-YONG 可压缩湍流模式; 单鳍流动; 数值模拟

中图分类号: O357.5

文献标识码: A

Numerical simulation of 3-D shock wave/turbulent boundary layer interaction using GAO-YONG turbulence model

YAN Wenhui¹, GAO Ge¹, YONG Yan²

(1. National Key Laboratory on Aero-Engines, School of Jet Propulsion,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Florida Atlantic University, Boca Raton, FL 33431, U. S. A.)

Abstract: This paper presented a numerical simulation method of three-dimensional shock wave/turbulent boundary layer interaction generated by a 20° sharp fin mounted on a flat plate at Mach number 2.93 and Reynolds number 9.8×10^5 , based on incoming boundary layer thickness. This investigation was conducted based upon GAO-YONG compressible turbulence equations recently developed by GAO Ge and YONG Yan. The equations were discretized using a finite volume method with the convection terms and diffusion terms calculated by the third order Roe's flux difference splitting scheme and the second order central difference scheme, respectively. The Runge-Kutta time marching method was employed to solve the governing equations for steady state solutions. Numerical results were compared with available experimental data in the form of surface pressures and boundary layer surveys of yaw angles. The computed three-dimensional flowfield shows most of the features covering λ structure shock wave, primary vortex, separation region, and high speed jet impingement; meanwhile, quasi-conical behavior of the surface pressure, surface attachment and separation streamlines exhibited in quasi-conical flowfield model of Alvi and Settles are presented.

Key words: shock wave/turbulent boundary layer interaction;

GAO-YONG compressible turbulence model; sharp fin flow; numerical simulation

收稿日期: 2008-10-17; 修订日期: 2009-05-19

作者简介: 闫文辉(1979-), 男, 吉林通化人, 博士生, 主要从事湍流模式、计算流体力学方面研究。

激波/湍流边界层干扰是高速空气动力学领域一个重要而基本的问题,它会在飞行器的气动特性、推进效率以及热载荷等方面产生重要影响,三维激波/湍流边界层干扰现象也广泛地出现在实际生产生活中,例如高速飞行器的进气道、跨声速压气机等在实际工作中都会出现该现象.单鳍流动经常被作为研究三维激波/湍流边界层干扰的标准算例.图 1 为流动结构的示意图,攻角为 α 的楔形体垂直安装在平板上,超声速来流由于受到楔形体的压缩会产生一道平面斜激波,该平面斜激波与平板上的湍流边界层相互作用,会产生典型的三维激波/湍流边界层干扰现象.当激波强度足够大时,在平板边界层和楔形体附面层中都会出现三维分离现象,平板边界层中的分离更为明显,甚至会出现二次分离流动.影响流动结构的参数和边界条件主要有,来流马赫数,基于来流条件和边界层厚度的雷诺数,温度边界条件以及楔形体攻角 $\alpha^{[1]}$.

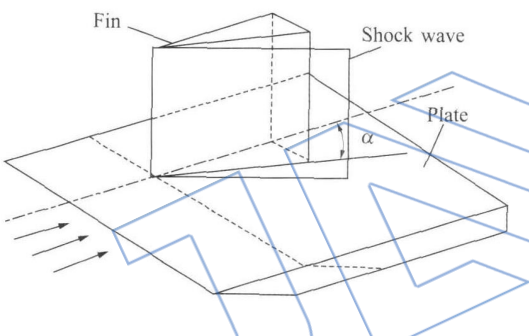


图 1 单鳍流动结构示意图
Fig. 1 Three dimensional sharp fin/ flat plate configuration

随着实验技术和计算机科学的快速进步,对单鳍流动中涉及到的三维激波/湍流边界层干扰的研究也取得了极大的进展.近来从事实验研究的学者主要有 Oskam 和 Bogdonoff^[2], Knight^[3], Kim^[4], Settles^[5], Schülein^[6] 等. 他们的实验研究大都集中在表面压力分布,平板边界层中偏移角度的测量以及摩阻系数、导热系数分布等. Knight^[7-9], Lee^[10], Panaras^[11], Leung^[12], Konrad^[13] 等进行了大量的数值模拟方面的工作,他们应用了雷诺平均的三维可压缩 Navier-Stokes (N-S) 方程,用到了代数模型、一方程模型、两方程模型等多种湍流模式. 总的来看,在弱干扰及中等强度干扰下,计算值与实验数据符合较好,包括平板表面压力分布,平板边界层中偏移角分布,流动图谱以及摩阻分布等. 在强干扰情况下,形式变

得很不乐观,计算值与实验值的差异变得越来越大. 例如 Knight^[14] 曾指出,在强干扰下表面传热系数预测的很不准确; Kim 等^[15] 的计算结果则更是系统地偏低于实验值;无法准确模拟出二次分离流动等等.

本文目的在于通过数值模拟单鳍流动中的三维激波/湍流边界层干扰问题来检验和评估各向异性的 GAO-YONG 可压缩湍流模式在三维湍流计算中的有效性. 该模型不含任何经验系数和壁面函数,由于漂移位矢和漂移速度的合理引入和使用,使得在三维计算中得到了 36 个各向异性湍流涡团黏性系数. 经过较为详细的计算结果与实验数据的比较,包括表面压力分布、偏移角分布、流线曲面的空间演化以及流场变量的云图等,初步证实了 GAO-YONG 可压缩湍流模式在实际三维流动中的适用性.

1 控制方程和数值方法

1.1 控制方程

在对可压缩 N-S 方程应用 Favre 平均,对湍流脉动量采用质量加权侧偏平均,并引入动量传输链概念和各项异性湍流黏性^[16] 之后,经过严格数学推导,可以得到 GAO-YONG 可压缩湍流模式. 该模式已经成功地应用在多个二维标准算例中,包括入射斜激波/平板湍流边界层干扰^[17]、黏性跨声速翼型扰流^[18] 等. 下面直接给出 GAO-YONG 可压缩湍流模式方程(无量纲尺度采用来流密度,来流流速,来流温度和特征长度),具体推导过程详见文献[19](漂移量上有短折线,上标、下标中的 turb 表示湍流).

平均流连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \tag{1}$$

平均流动量方程

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i + p \delta_{ij}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^{turb}) \tag{2}$$

能量方程

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\rho E + p) u_j] = \frac{\partial}{\partial x_j}[u_j(\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^{turb}) - (q_j + q_j^{turb})] \tag{3}$$

漂移流连续方程

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \hat{u}_j) = 0 \tag{4}$$

漂移流动量方程

$$\frac{\partial(\rho \hat{\mathbf{u}}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \hat{\mathbf{u}}_i u_j + \rho \tilde{\mathbf{u}}_j u_i + \hat{p} \delta_{ij}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\hat{\sigma}_{ij} + \hat{\sigma}_{ij}^{\text{turb}}) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^{\text{turb}}) \tag{5}$$

机械能方程

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(l_j \frac{\partial}{\partial x_j} \right)^n \rho \mathbf{u}_i \hat{\mathbf{u}}_i}{n!} = l_i \left[- \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \hat{\mathbf{u}}_j u_i + \hat{p} \delta_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\hat{\sigma}_{ij} + \hat{\sigma}_{ij}^{\text{turb}}) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^{\text{turb}}) - \alpha \frac{D(\rho \mathbf{u}_i)}{Dt} \right] \tag{6}$$

状态方程

$$p = \frac{1}{\gamma} \rho T \tag{7}$$

平均流本构关系式

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{xx}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{yy}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{zz}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{xy}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{yz}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{zx}^{\text{turb}} \end{bmatrix} = \Psi^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{8}{3}|\xi_1| - \frac{4}{3}|\xi_2| - \frac{4}{3}|\xi_3| & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4}{3}|\xi_1| - \frac{8}{3}|\xi_2| - \frac{4}{3}|\xi_3| & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4}{3}|\xi_1| - \frac{4}{3}|\xi_2| - \frac{8}{3}|\xi_3| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(|\xi_2| + |\xi_1|) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} \tag{8}$$

漂移流本构关系式

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{xx}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{yy}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{zz}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{xy}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{yz}^{\text{turb}} \\ \hat{\sigma}_{zx}^{\text{turb}} \end{bmatrix} = \Psi^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{8}{3}|\xi_1| - \frac{4}{3}|\xi_2| - \frac{4}{3}|\xi_3| & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4}{3}|\xi_1| - \frac{8}{3}|\xi_2| - \frac{4}{3}|\xi_3| & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4}{3}|\xi_1| - \frac{4}{3}|\xi_2| - \frac{8}{3}|\xi_3| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(|\xi_2| + |\xi_1|) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_{xx} \\ \hat{\varepsilon}_{yy} \\ \hat{\varepsilon}_{zz} \\ \hat{\varepsilon}_{xy} \\ \hat{\varepsilon}_{yz} \\ \hat{\varepsilon}_{zx} \end{bmatrix} \tag{9}$$

其中

$$\begin{aligned} E &= e + \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = c_p T - \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}; \\ \mathbf{q}_i &= -\kappa \frac{\partial T}{\partial x_i}; \quad \mathbf{q}_i^{\text{turb}} = -\kappa_{\text{turb}} \frac{\partial T}{\partial x_i}; \\ (T, \mu, \kappa, \kappa_{\text{turb}}) &= \\ (p/\rho R, K T^{0.72}, c_p \mu/Pr, c_p \mu_{\text{turb}}/Pr_{\text{turb}}) \end{aligned}$$

式中 $[T, \mu, \kappa, R, K, c_p, Pr] =$ (温度, 黏性系数, 导热系数, 气体常数, 比例常数 ($\mu_0/T^{0.72}$), 比定压热容, 普朗特常数); $\mathbf{u}, p, \rho$ 分别为平均流的速度, 压力, 密度; $\hat{\mathbf{u}}, \hat{p}$ 分别为漂移流的速度, 压力; E 为总能量; $\sigma_{ij}, \hat{\sigma}_{ij}$ 分别为平均流的层流应力和漂移流的层流应力; $\sigma_{ij}^{\text{turb}}, \hat{\sigma}_{ij}^{\text{turb}}$ 分别为平均流湍流应力

和漂移流湍流应力; $\varepsilon_{ij}, \hat{\varepsilon}_{ij}$ 分别为平均流应变率张量和漂移流的应变率张量; ξ_j 表示正交各项异性坐标系下的各向异性涡黏系数张量, 由漂移位矢 $\mathbf{l}_j$ 与漂移流 $\tilde{\mathbf{u}}_i$ 并矢构成; 漂移位矢 $\mathbf{l}_j$ 由机械能方程得到, 方向与流体微元的拉伸主轴方向一致; Ψ 为正交各向异性坐标系变换到计算坐标系下的坐标变换矩阵^[16], Ψ^{-1} 为 Ψ 的逆矩阵. 机械能方程 (6) 的左端是级数形式, 在小扰动情况下, 级数取一阶项就可以获得平均流态; 在大扰动情况下, 为了能准确模拟平均流参数, 需要计入级数的高阶项, 在数值模拟过程中发现, 级数取到二阶项已经能够满足计算精度要求, 在大扰动情况下, 只取级数一阶项可以得到流动的拟序结构. 文献[16] 中

对级数项的如何取法有详细描述.

1.2 计算方法及边界条件

本文采用单元中心型有限体积法,对时间相关的守恒型控制方程进行空间离散,无黏通量采用矢通量差分分裂 Roe 格式,并利用三阶 MUSCL (monotone upstream centered scheme for conservation laws)^[20-21] 插值公式构造界面中心值,保证了计算精度和对强间断计算的稳定性;为了抑制激波附近解的过冲或膨胀,采用了 Koren 限制器^[22],黏性通量采用二阶中心差分格式.时间离散采用 Jameson 五步 Runge-Kutta 显式时间推进格式,系数分别为 1/4, 1/6, 3/8, 1/2 和 1/1. 为提高收敛速度,采用了当地时间步长法以及隐式残值光滑方法.

图 2 为计算区域示意图,计算域边界条件可以分成五类,进口平面 $ABHG$ 位于楔形体顶角上游 $5\delta_\infty$ 处, δ_∞ 表示在楔形体顶角处的来流边界层厚度,进口边界条件符合实验值^[3];出口平面 $DEKJ$ 位于楔形体顶角下游 $26\delta_\infty$ 处,保证出口截面处除了边界层内的一小部分外都是超声速流动,二阶精度外推;平板 $ABCDEF$ 和楔形体表面 $LFEK$,采用无滑移绝热零压力梯度边界条件;计算域高度(y 方向)为 $12\delta_\infty$,右边界 $BCDJIH$ 距离楔形体足够远,从而保证边界尽可能小地受到干扰区的影响,以至于零压力梯度边界条件能够合理地使用;平面 $AFLG$ 应用对称边界条件处理.计算中应用了 $32\times 38\times 54$ 的正六面体网格单元,个数字分别指的是在 x, y, z 方向上的网格点数,在平板和楔形体壁面方向都采用了双曲正弦函数进行了加密,在楔形体的顶角处也进行了加密,从而保证在流动参数变化剧烈区域尽可能计算的准确.

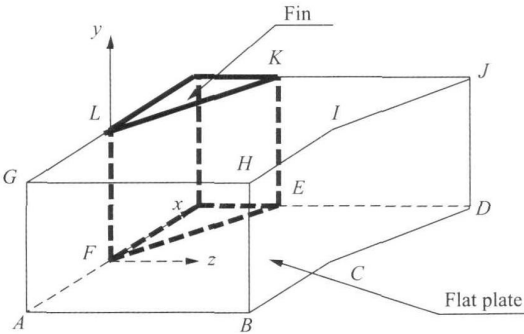


图 2 单鳍流动计算域示意图
Fig. 2 Computational domain of three dimensional sharp fin

2 计算结果分析

本文计算中使用的流动特征参数与 Knight^[3] 等做的实验相一致,来流马赫数 $Ma_\infty = 2.93$,来流总压 $p_{t,\infty} = 6.9 \times 10^5 \text{ Pa}$,来流总温 $T_{t,\infty} = 270 \text{ K}$,楔形体的攻角 $\alpha = 20^\circ$,来流边界层厚度 $\delta_\infty = 1.3 \text{ cm}$,基于来流条件和边界层厚度的雷诺数 $Re_{\delta_\infty} = 9.8 \times 10^5$,平板和楔形体的壁面温度为 280 K . Gaitonde^[1] 和 Knight^[3] 等都做了与实验条件相同的计算.图 3 为实验测量点的俯视示意图,实验过程中对 11 个点的数据进行了测量,测量点的位置均已经标示在图中.本文的数值模拟结果与所有实验点的数据进行了对比,符合较好,为简洁并突出说明问题,下面给出具有代表性的 5, 7, 8 点的计算结果.测点 5 在激波的上游,测点 7 刚刚在激波之后,测点 8 则在激波下游较远处,它们的具体位置分别为 $z = 5.8\delta_\infty, x_s = x - x_{\text{shock}} = -1.4\delta_\infty, 0.6\delta_\infty, 2.6\delta_\infty$ 处. x_{shock} 表示在一个确定的展向(z 方向)距离上,激波在 x 方向上的位置.

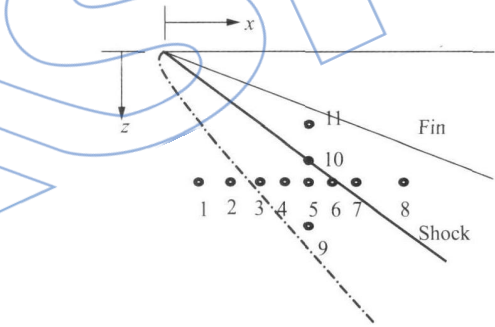


图 3 实验测量点俯视图
Fig. 3 Locations of experimental surveys in references

图 4 是平板边界层中 3 个位置上偏移角的计算值与实验数据的比较,计算偏移角的公式是 $\beta = \arctan(w/u)$,其中 w 和 u 分别是 z 方向和 x 方向的速度分量,图中纵坐标是用 δ_∞ 无量纲化后的垂直于平板的距离,横坐标是偏移角度数.可以看出计算值与实验值符合地很好,由于测点 5 在激波上游,当 $y/\delta_\infty \geq 1.6$ 时,边界层的影响已经不大,偏移角基本为零.测点 7, 8 在激波下游,随着到平板距离的增加,偏移角最终保持在 20° 左右.图 5 是在平板壁面上,展向距离分别为 $z = 6.10, 8.64 \text{ cm}$ 的两条平行于 x 轴的直线上压力的计算值与实验数据的比较.纵坐标是计算的平板表面上静压与来流静压的比值,横坐标是从楔

形体顶角算起沿 x 方向的距离. 包括上游影响线 (U_1)、压力平台等都计算的很好, 特别是压力平台计算的好坏是评价湍流模式在激波/ 湍流边界层干扰问题中的一个重要标准, GAO-YONG 可压缩湍流模式在这方面表现的很好.

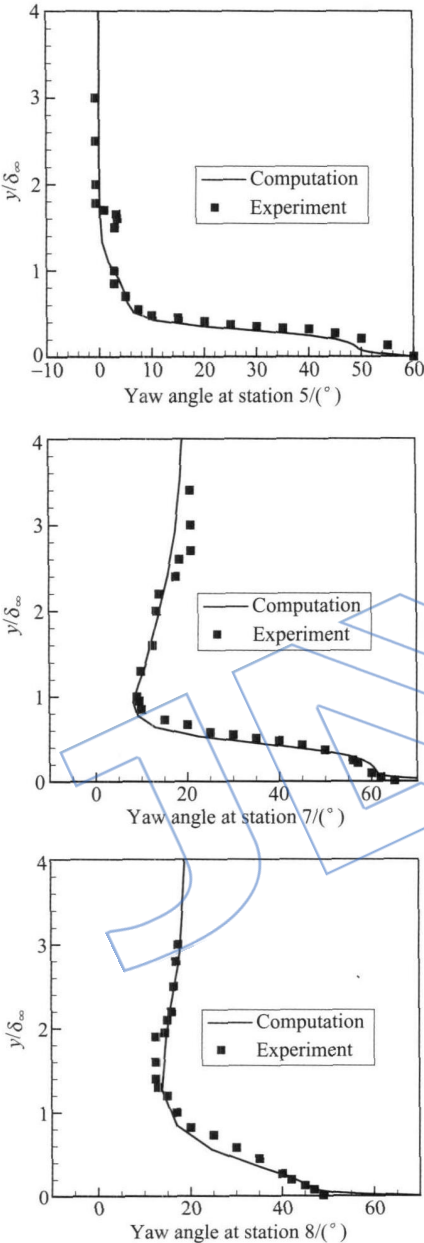


图 4 偏移角的计算值与实验数据的比较
Fig. 4 Comparisons of computed and experimental yaw angle profiles in three stations

根据实验研究情况, 本文计算的单鳍流动属于强激波/ 湍流边界层干扰问题, 激波强度足以引起二次分离流动^[1,3]. 图 6 是一个典型的强激波/ 湍流边界层情况下的单鳍流动中平板表面的流线图^[6], 图中各符号分别代表上游影响线 (U_1), 初

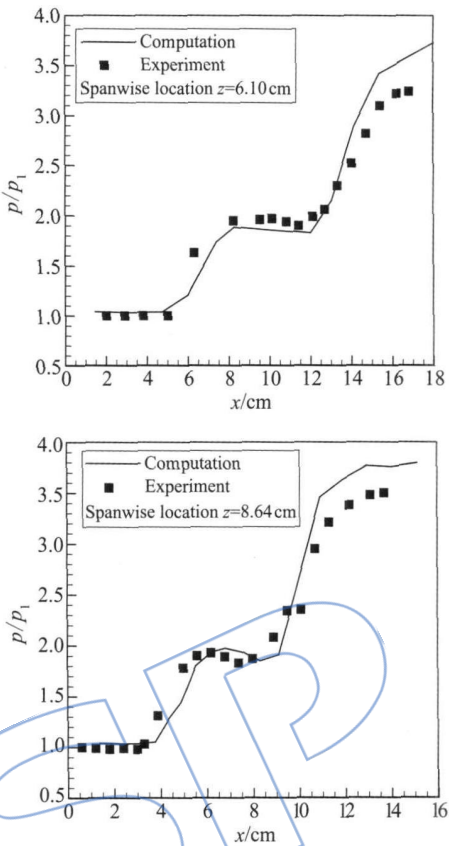


图 5 平板表面压力计算值与实验值的比较
Fig. 5 Comparisons of computed and experimental surface pressure on flat plate on two lines

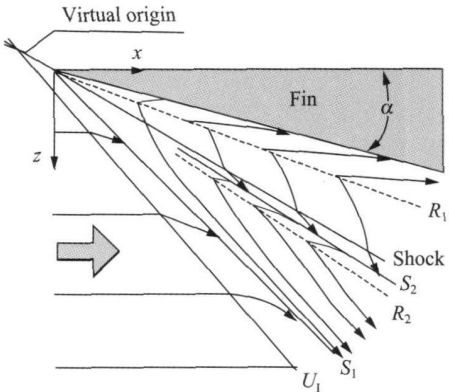


图 6 强干扰下的单鳍流动平板表面流线分布
Fig. 6 Footprints of strong sharp fin interaction flow

次分离线 (S_1), 初次再附线 (R_1), 二次分离线 (S_2), 二次再附线 (R_2), 理论激波线 (Shock) 以及楔角 α . 图 7 是本文计算的平板表面的流线图, 可以看出, 分离线与再附线都清晰可见, 并与理论分析极为相似, 二次分离流动被成功地模拟出来. 图 8 为 3 个垂直于激波的横断面, 激波湍流边界层干扰导致的流向分离涡流的发展变化过程被清晰地反映出来. 3 个截面分别在 $x/\delta_\infty = 10, 20, 25$ 的位置上, 横坐标是展向距离, 纵坐标是垂直于平板

方向距离, 都被来流边界层厚度 δ_∞ 无量化. 靠近平板壁面的流线在初始处平行于平板, 随着向下游发展, 大部分的流线逐渐旋转缠绕成具有半圆锥特性的涡核, 并且二次分离流动也逐渐出现, 这都是单鳍流动具有的主要流动特征.

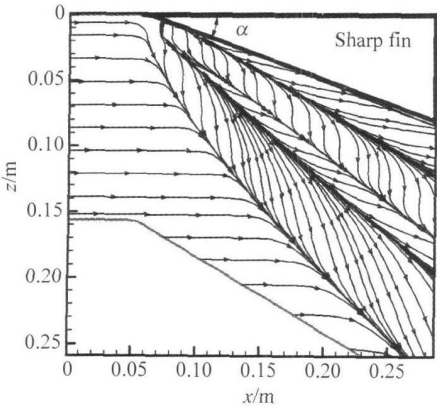


图 7 本文计算的平板表面流线分布
Fig. 7 Calculated flow pattern of sharp fin interaction flow

图 8 显示了 4 个在不同高度上的流面的空间发展过程, 每个流面由 20 根流线构成, 在进口处都是平行与平板的, 图 8(a) 是距离平板距离为 $y/\delta_\infty = 0.003$ 的一个流面, 可以看到, 流线不断地旋转缠绕向下游发展, 并形成了主涡核; 当距平板的距离增加到 $y/\delta_\infty = 0.043$ 时(图 8(b)), 流面仍旧卷曲着向下游发展, 把边界层外部的高能量流体带入了涡核底部, 包围着涡核并形成了外围区; 随着距离的进一步增加到 $y/\delta_\infty = 0.67$, 图 8(c) 中的流面形状发生了变化, 流面的一部分继续卷曲并深入到主涡核的底部, 另一部分则向楔形体方向流去, 覆盖了初次再附线到楔形体之间的区域; 最后一个流面位于 $y/\delta_\infty = 0.98$ 处, 此时, 流线已经不在卷曲, 而是受到涡核的挤压作用, 逐渐升高, 最终覆盖了整个垂直流动结构. 从图 8 的计算结构可以看出, 本文利用 GAO-YONG 可压缩湍流模式计算的三维单鳍流动结构与 Token^[23], Kubota^[24], 以及 Alvi^[25] 等提出的流动模型符合很好. Alvi^[25] 等通过非干涉平面激光散射技术 (PLS) 得到了垂直于激波的流场截面. 图 9 是他们根据实验研究提出的一个单鳍流动模型, 从中可以看到典型的激波/湍流边界层干扰现象—— λ 波结构、流向分离漩涡横截面、滑移线、分离激波等. 图中的符号与图 6 中涵义相同. 横纵坐标和纵坐标分别是圆锥角 β 和 ϕ , 它们是从楔

形体的顶点沿流线方向测得的. 图 10 是本文计算的流场中的一个垂直于激波的横截面, p 代表无量纲压力. 从压力的等值线和流线可以分辨出无黏区激波、分离激波、滑移线、 λ 波结构以及流向分离涡核等等, 这些流动结构都与 Alvi 等人提出的模型符合的很好.

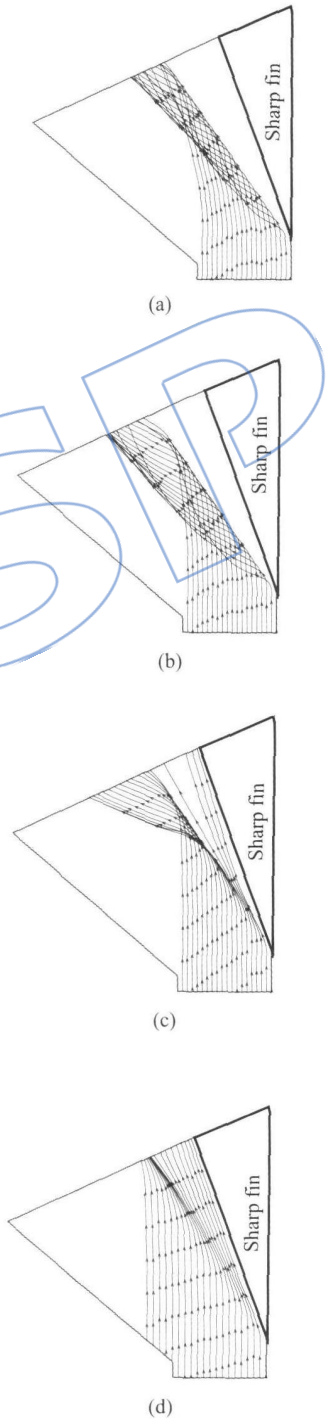


图 8 平行于平板的各流面的空间发展过程
Fig. 8 Development of stream surfaces originating at the inflow plane

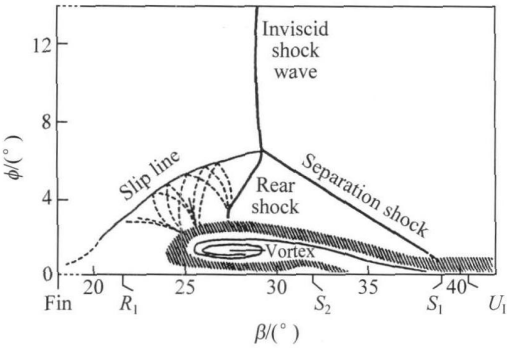


图 9 Alvi^[25]等人提出的单鳍流动结构模型
Fig. 9 Flow field model of three dimensional sharp fin interaction proposed by Alvi and Settles in 1992

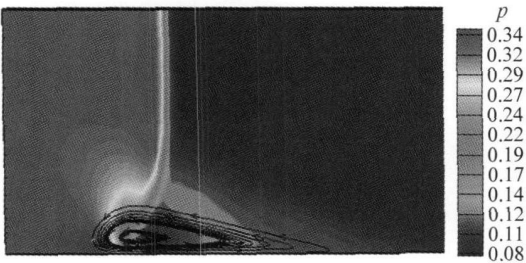


图 10 本文计算的单鳍流动压力等值线及流线
Fig. 10 Contours of pressure on cut of normal to the shock at streamwise location of $x/\delta_\infty = 21.8$

3 结 论

本文应用 GAO-YONG 可压缩湍流模式计算了强激波/湍流边界层干扰下的三维单鳍流动,对表面压力、偏移角以及流线分布等都做出了良好的预测,尤其是准确地计算出了大多湍流模型模拟不好的二次分离流动以及压力平台区,这主要因为 GAO-YONG 可压缩湍流模式从物理本质出发,利用侧偏平均、动量传输链、正交各项异性、功能原理等一系列理论建立了准确、独立的湍流特征速度尺度和特征长度尺度的控制方程组——漂移流方程组与机械能方程,从而能够更准确地计算出各向异性涡团黏性系数,这在本文计算中起到了至关重要的作用。

通过对表面压力系数分布,流向分离漩涡空间变化过程的研究,本文得出了具有半圆锥特性的流场结构,包括无黏激波、分离激波、滑移线、λ结构以及分离涡核等与 Token^[23], Kubota^[24], 以及 Alvi^[25]等人通过实验研究提出的单鳍流动模型符合的非常好。

参考文献:

[1] Gaitonde D, Knight D. Numerical investigation of bleed on three dimensional turbulent interactions due to sharp fins[J]. AIAA Journal, 1991, 29(11): 1878-1885

[2] Oskam B, Vas I, Bogdonoff S. Oblique shock wave/ turbulent boundary layer interactions in three dimensions at Mach 3[R]. AFFDL-TR-76-48, 1976

[3] Knight D, Horstman C, Shapey B, et al. Structure of supersonic turbulent flow past a sharp fin[J]. AIAA Journal, 1987, 25(10): 1331-1337.

[4] Kim K S, Settles G S. Skin friction measurements by laser interferometry in swept shock/ boundary-layer interactions [J]. AIAA Journal, 1990, 28(1): 133-139

[5] Garg S, Settles G S. Unsteady pressure loads generated by swept shock wave/ boundary-layer interactions [J]. AIAA Journal, 1996, 34(6): 1174-1181.

[6] Schülein E. Skin friction and heat flux measurements in shock/ boundary layer interaction flows [J]. AIAA Journal, 2006, 44(8): 1732-1741.

[7] Knight D. A hybrid explicit-implicit numerical algorithm for the three dimensional compressible Navier Stokes equations[J]. AIAA Journal, 1984, 22(8): 1056-1061.

[8] Knight D. Calculation of three dimensional shock/ turbulent boundary layer interaction generated by a sharp fin [J]. AIAA Journal, 1985, 23(12): 1885-1891.

[9] Knight D, Badekas D, Horstman C C, et al. Quasiconical flowfield structure of the three dimensional single fin interaction[J]. AIAA Journal, 1992, 30(12): 2809-2816

[10] Lee Y, Settles G S, Horstman C C. Heat transfer measurements and computations of swept shock wave/ boundary layer interactions[J]. AIAA Journal, 1994, 32(4): 726-734

[11] Panaras A G. The effect of the structure of swept shock wave/ turbulent boundary-layer interactions on turbulence modeling[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1997, 338: 203-230

[12] Leung A W C, Squire L C. Reynolds number effects in swept shock wave/ turbulent boundary layer interaction [J]. AIAA Journal, 1995, 33(5): 798-804

[13] Konrad W, Smits A J, Knight D. Mean flowfield scaling of supersonic shock-free three dimensional turbulent boundary layer[J]. AIAA Journal, 2000, 38(11): 2120-2126

[14] Knight D D. Numerical simulation of 3-D shock wave turbulent boundary layer interaction[R]. AGARD- R 792, 1993

[15] Kim K S, Lee Y, Alvi F, et al. Skin friction measurements and computational comparison of swept shock/ boundary layer interactions[J]. AIAA Journal, 1991, 29(10): 1643-1650

[16] Gao G, Yong Y. Partial average based equations of incompressible turbulent flow [J]. International Journal of Non Linear Mechanics, 2004, 39: 1407-1419

- [17] 李志强, 李正强, 闫文辉. 激波/平板湍流边界层干扰的数值模拟[J]. 航空动力学报, 2008, 23(6): 1003-1007
LI Zhiqiang, LI Zhengqiang, YAN Wenhui. Numerical simulation of shock wave/flat plate turbulent boundary layer interaction[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(6): 1003-1007. (in Chinese)
- [18] 闫文辉, 阎巍, 高歌. 用 GAO-YONG 湍流模式对翼型跨音粘流的数值模拟[J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(4): 417-421
YAN Wenhui, YAN Wei, GAO Ge. Numerical simulation of airfoil transonic viscous flow using GAO-YONG turbulence model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(4): 417-421. (in Chinese)
- [19] 陈广业. GAO-YONG 湍流模式在不可压/可压湍流边界层的数值研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2002
CHEN Guangye. The calculation of incompressible/compressible turbulence boundary layer using GAO-YONG turbulence equations[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002. (in Chinese)
- [20] Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme V: a second order sequel to Godunov's method[J]. Journal of Computational Physics, 1979, 32: 101-136
- [21] Anderson W K, Thomas J L. Comparison of finite volume flux vector splitting for the Euler equation[J]. AIAA Journal, 1986, 24(9): 1453-1460
- [22] 刘超群. 多重网格法及其在计算流体力学中的应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995: 125-128
LIU Chaoqun. The application of multigrid method in the computational fluid dynamics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1995: 125-128. (in Chinese)
- [23] Token K. Heat transfer due to shock wave/turbulent boundary layer interactions on high speed weapons systems[R]. AFFDL TR-74-77, 1974
- [24] Kubota H, Stollery J L. An experiment study of the interaction between a glancing shock wave and a turbulent boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982, 116: 431-458
- [25] Alvi F S, Settles G S. Physical model of the swept shock wave/boundary layer interaction flowfield[J]. AIAA Journal, 1992, 30(9): 2252-2258